MODULARIO P.I. - 170

$A=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Y_i (X_{i-1}-X_{i+1})$

1ª LEZIONE TOPOGRAFIA

Mod. 89 (Servizio Generale)

Ministero della Pubblica Istruzione

ESAME DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALL'ESERCIZIO DELLA LIBERA PROFESSIONE DI GEOMETRA

- SESSIONE 1998 -

Seconda prova scrittografica

La proprietà fondiaria quadrilatera di vertici 1234, per motivi di successione testamentaria, deve essere divisa in due parti equivalenti.

I beneficiari decidono di realizzare il frazionamento con una dividente MN parallela al lato 12 e convengono, altresì, che quella dividente rappresenti l'asse di un canale per uso irriguo, di comune proprietà.

Il tecnico preposto all'espletamento dell'incarico professionale decide, indipendentemente dalle coordinate cartografiche planimetriche lette sugli atti catastali, di ridefinire la geometria di quel fondo mediante un opportuno rilevamento i cui risultati, comprensivi delle quote, conseguenti alle misurazioni e ai relativi calcoli, sono qui riportati.

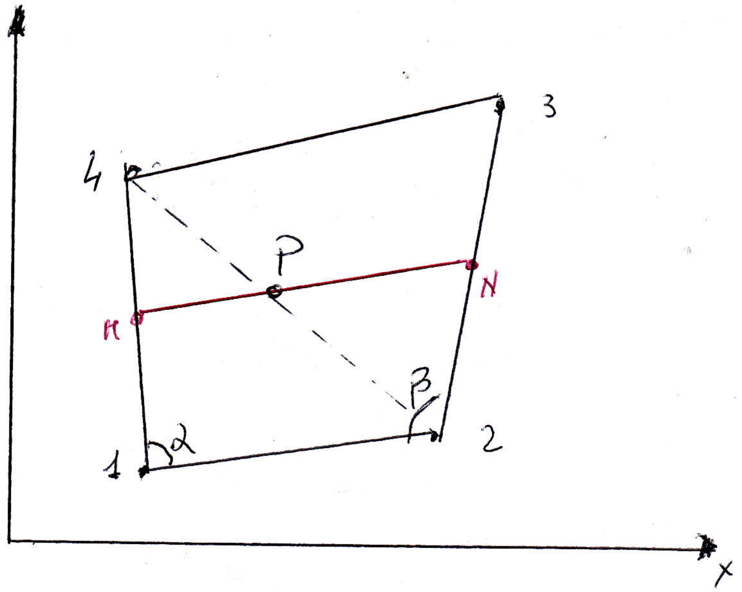
X_1 = 236,80 m	X_2 = 576,10 m	X_3 = 616,00 m	X_4 = 208,50 m
Y_1 = 172,40 m	Y_2 = 368,40 m	Y_3 = 960,10 m	Y_4 = 840,20 m
Q_1 = 201,00 m	Q_2 = 207,90 m	Q_3 = 202,80 m	Q_4 = 191,10 m

Le due falde piane 124 e 234 definiscono l'orografia del fondo.

L'asse del canale sarà costituito da un'unica livelletta con quota rossa uguale a zero nel punto N e con pendenza negativa da N verso M. Il valore di essa sarà scelto dal candidato che fisserà anche la larghezza del fondo del canale e le scarpe delle sue sponde.

Il candidato, dopo aver determinato le distanze 1M e 2N (M sulla 14, N sulla 23), disegni, per la definizione di quel progetto, la planimetria della proprietà fondiaria e del frazionamento, il profilo longitudinale lungo l'asse del canale e un congruo numero di sezione trasversali adottando opportunamente le scale di rappresentazione.

Tempo massimo concesso per lo svolgimento della prova: 8 ore.
E' consentito solamente l'uso di manuali tecnici, di macchine calcolatrici e del dizionario della lingua italiana.



Viste le richieste del Testo, la prima cosa da fare è quella di calcolare l'area dell'appezzamento, e la formula più adatta è quella di Gauss, poiché conosciamo le coordinate cartesiane dei vertici del lotto:

$$A_{1234} = \frac{1}{2}\left[Y_1(X_4 - X_2) + Y_2(X_1 - X_3) + Y_3(X_2 - X_4) + Y_4(X_3 - X_1)\right]$$

Poiché il lotto deve essere diviso in due parti equivalenti significa che ogni parte è la metà dell'area totale che indichiamo con σ:

$$\sigma = \frac{1}{2} A_{1234} \equiv A_{1MN2} \equiv A_{M43N}$$

Quindi, come vi ho spiegato nell'esercizio precedente, calcoliamo prima di tutto l'altezza "h" del trapezio 1MN2, con la equazione di 2°:

$$\underbrace{(\text{cotang}\,\alpha + \text{cotang}\,\beta)}_{a} \cdot h^2 - \underbrace{2 \cdot \overline{12}}_{b} \cdot h + \underbrace{2\sigma}_{c} = 0$$

$$\downarrow$$

$$a h^2 - b h + c = 0$$

per trovare il coeff. "a" è necessario calcolare α e β.
per calcolare α facciamo riferimento al triangolo 124 del quale conosciamo potenzialmente i tre lati

$\Rightarrow$

essendo i vertici di tale triangolo di coordinate note, utilizzando la formula della distanza tra due punti: per es.

$$\overline{24}=\sqrt{\cdots} \qquad \overline{12}=\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}\;;\; \overline{14}=\sqrt{\cdots}$$

Conoscendo tre lati possiamo trovare l'angolo α utilizzando la formula inversa del Teorema di Carnot:

$$\alpha = \underset{\cos^{-1}}{\arccos}\left(\frac{\overline{12}^2+\overline{14}^2-\overline{24}^2}{2\cdot\overline{12}\cdot\overline{14}}\right)$$

Per calcolare l'angolo β facciamo riferimento al triangolo 123, (immaginate che graficamente sia presente anche il lato $\overline{13}$; di questo triangolo conosciamo potenzialmente i tre lati che si calcolano con la formula della distanza tra due punti come al triangolo precedente; quindi calcoliamo β con la formula inversa del Teorema di Carnot.

$$\beta = \underset{(\cos^{-1})}{\arccos}\left(\frac{\overline{12}^2+\overline{23}^2-\overline{13}^2}{2\cdot\overline{12}\cdot\overline{23}}\right)$$

il coefficiente "b" è pari al prodotto $2\cdot\overline{12}$ dove $\overline{12}$ lo avremmo già calcolato, e il coefficiente "c" è pari a 2σ, quindi coincide con l'area totale dell'interoapprezzamento.

Risolviamo l'equazione di secondo grado:

$$h = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{con } \Delta=b^2-4ac$$

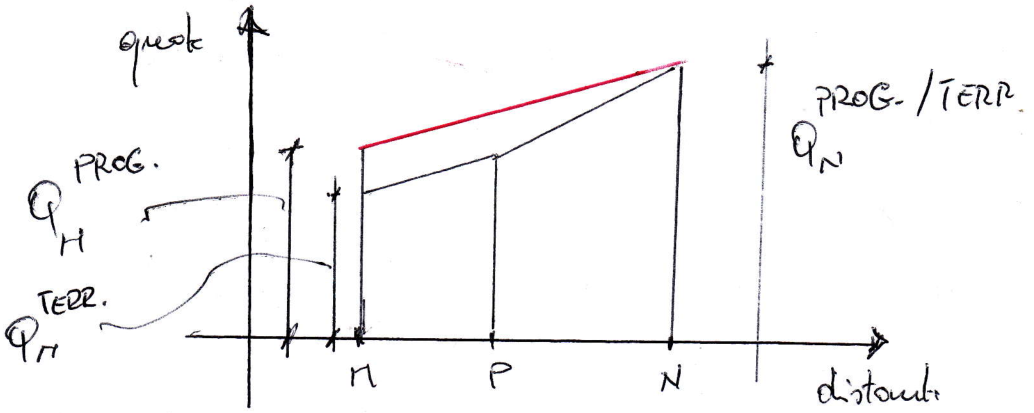
$$\Downarrow$$

h_1 e h_2 Si prende quella positiva oppure quella vicina a $\frac{\sigma}{\overline{12}}$

A questo punto si trova la posizione di M e di N come richiesto dal testo:

$$\overline{1M} = \frac{h}{\operatorname{sen}\gamma}\,; \quad e \quad \overline{2N} = \frac{h}{\operatorname{sen}\beta}$$

Secondo quesito: profilo longitudinale lungo l'asse del canale



Calcoliamo prima le distanze $\overline{MP}$ e $\overline{PN}$ e poi le rispettive quote. Per quanto riguarda la distanza $\overline{MP}$ essa si può calcolare sfruttando la similitudine tra i triangoli 142 e M4P avendo essi gli angoli uguali:

$$\overline{14} : \overline{4M} = \overline{12} : \overline{MP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{14}\cdot\overline{MP} = \overline{4M}\cdot\overline{12} \Rightarrow \overline{MP} = \frac{\overline{4M}\cdot\overline{12}}{\overline{14}}$$

con $\overline{4M} = \overline{14} - \overline{1M}$;

la distanza $\overline{PN}$ si ottiene da:

$\overline{MN} - \overline{MP}$ dove $\overline{MN}$ è la base maggiore del trapezio 1MN2 che si ricava dalla formula inversa dell'area:

$$\sigma = A_{1MN2} = \frac{1}{2}A_{1234} = \frac{\overline{12}+\overline{MN}}{\underset{\Downarrow\,\overline{MN}}{2}}\cdot h$$

Per quanto riguarda le quote abbiamo due tipologie, e cioè le quote di terreno e le quote del canale.

Quote del canale, (di progetto).

$Q_N^{PROG.} = Q_N^{TERR.}$ in quanto il testo dice che la quota rossa in N è pari a zero. Per definizione la quota rossa si ottiene per differenza tra quota di progetto e quota di terreno.

$$Q_N^{ROSSA} = Q_N^{PROG} - Q_N^{TERR} = 0 \Rightarrow Q_N^{PROG} = Q_N^{TERR}$$

$Q_N^{TERR.}$?

Il punto N si trova sul lato $\overline{23}$ che è in discesa dal vertice 2 al vertice 3, (Vedi Quote Testo dei punti 2 e 3). Quindi la quota di terreno di N è più bassa di Q_2 di una quantità pari al dislivello. Ricordando che la pendenza è data dal rapporto tra dislivello e distanza,

$$P = \frac{\Delta}{d} \Rightarrow \Delta = P \cdot d$$

$$P = \frac{Q_2 - Q_3}{12}$$

e allora:

$$Q_N^{TERR.} = Q_2 - p \cdot \overline{2N}$$

Spostandoci con pendenza del canale del 2% possiamo trovare la quota di progetto di M: $\Longrightarrow$

$$Q_M^{PROG.} = Q_N^{TERR./PROG.} - \overline{MN} \cdot \underset{0,02}{\underset{\downarrow}{p}}$$

Per quanto riguarda la quota di terreno del punto M esso si ricava sul lato $\overline{14}$, anch'esso in discesa da 1 a 4. Quindi:

$$Q_M^{TERR} = Q_1 - \overline{1M} \cdot \underset{\frac{Q_1 - Q_4}{\overline{14}}}{\underset{\downarrow}{p}}$$

Resta da trovare la quota di terreno del punto P. Si chiarisca che essa non può calcolarsi sul segmento $\overline{MN}$ in quanto il terreno da M verso N non ha pendenza costante. Mentre lungo l'asse $\overline{24}$ il terreno ha pendenza costante perché la linea $\overline{24}$ è l'asse di separazione delle falde ~~di~~ 124 e 234:

$$Q_P^{Terr} = Q_4 + \overline{4P} \cdot \underset{\frac{Q_2 - Q_4}{\overline{24}}}{\underset{\downarrow}{p}}$$

mentre $\overline{4P}$ si calcola dalla similitudine dei due triangoli 124 e M4P perché come già visto hanno gli angoli uguali e quindi sono simili:

$$\overline{14} : \overline{M4} = \overline{12} : \overline{4P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{14} \cdot \overline{4P} = \overline{M4} \cdot \overline{12} \Rightarrow \overline{4P} = \frac{\overline{M4} \cdot \overline{12}}{\overline{14}}$$

$$\overline{M4} = \overline{14} - \overline{1M}$$

Per quanto riguarda le sezioni, e quindi anche le sezione ~~a~~ Tipo del canale per uso irriguo, è necessario conoscere il fabbisogno idrico delle colture dei due fondi, per stabilire le dimensioni della sezione tipo del canale. Queste sezioni poi potrà essere del tutto interrata, parzialmente interrata, o del tutto fuori terra. Esse dipende dall'andamento del terreno ~~k~~ in corrispondenza dell'asse del canale, (vedi grafico del profilo longitudinale).